Leistungsnachweis

Lösung

Datum:	dd.01.2023
Uhrzeit:	hh:mm - hh:mm Uhr
Bearbeitungszeit:	60 Minuten
Gesamtpunktzahl:	45 Punkte
Abgabe:	eine PDF-Datei mit handschriftlichen Lösungen
	Upload auf die dafür vorgesehene Webseite
	bis 15 Minuten nach Ende der Bearbeitungszeit

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben handschriftlich auf dem Aufgabenblatt!
2. Falls Sie keine Möglichkeit haben die Klausur auszudrucken, dann lösen Sie die Aufgaben in digitaler Form direkt im PDF, z.B. mit FoxiReader oder Xournal++.
3. Exportieren Sie das Ergebnis in eine (!) PDF-Datei mit maximaler Größe 10MB. Falls mehrere Dateien abgegeben werden, wird nur die zuerst abgegebene Datei gewertet!
4. Lösungen zu einer Aufgabe werden nur innerhalb des zugehörigen Lösungsfeldes gewertet. Falls der Platz nicht ausreicht, so verwenden Sie das Lösungsfeld der englischen Version und machen dies entsprechend kenntlich. Angaben außerhalb der Lösungsfelder werden nicht gewertet!
5. Geben Sie stets den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
6. Als Hilfsmittel sind sämtliche Vorlesungsunterlagen sowie die darin angegebene Literatur zugelassen.
7. **Rechnen Sie alle Rechnungen mit Einheiten!**

Selbstständigkeitserklärung

Persönliche Angaben

Name: _____ Vorname: _____
(Last name) (First name)

Matrikelnummer: _____
(Student-ID)

Studiengang: _____
(Program)

Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: _____
(Title of the exam)

Prüfer: _____
(Examiner)

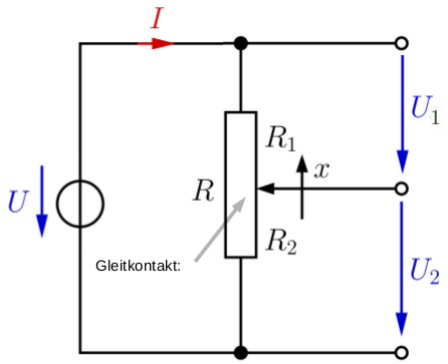
Prüfungsdatum: _____
(Exam date)

Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung geahndet wird.

I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations or a false declaration is punished.

Ort, Datum: _____ Unterschrift: _____
(Place, date) (Signature)

Aufgabe 1: Strom, Spannung, Widerstand und Leitwert (15 Punkte)



$x \in \mathbb{R}\ ,\ 0 < x < 1$

1. Sei $U_2 = x \cdot U$. Geben Sie die Spannungen U_1 als Funktion von x an **(10 Punkte)** und zeigen Sie, daß $U = U_1 + U_2$. Geben Sie alle Rechenschritte an!

Spannungsteilerregel

$R_1 = (1-x) \cdot R$ 1p

$R_2 = x \cdot R$ 1p

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$ 2p

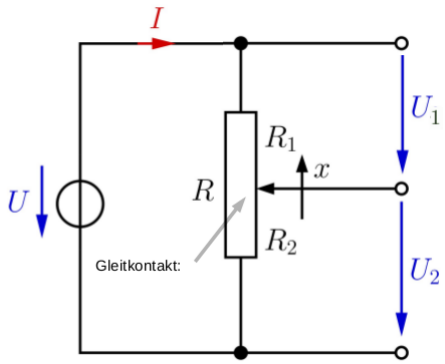
Einsetzen:

$$\frac{U_1}{U} = \frac{(1-x) \cdot R}{(1-x) \cdot R + x \cdot R} = \frac{(1-x) \cdot R}{R \cdot (1-x+1)} = (1-x)$$ 3p

$U_1 = (1-x) \cdot U$ // 1p

$U_1 + U_2 = (1-x) \cdot U + x \cdot U = (1-x+x) \cdot U = U$ // 2p

Exercise 1: Current, Voltage, Resistance and Conductance (15 Points)



$x \in \mathbb{R}\ ,\ 0 < x < 1$

1. Let $U_2 = x \cdot U$. Give the voltage U_1 as a function of x and show that $U = U_1 + U_2$. Show all steps of the calculation. **(10 Points)**

(Fortsetzung Teil 1)

(part 1 continued)

2. Berechnen Sie den differentiellen Widerstand $r(I)$ für ein Bauelement **(5 Punkte)** mit der folgenden Kennlinie. Zeigen Sie alle Rechenschritte ausführlich!

$$I(U) = G_1 \cdot U + I_0$$

Umkehrfunktion

$$I - I_0 = G_1 \cdot U$$

3p

$$\frac{I - I_0}{G_1} = U = \frac{1}{G_1} \cdot I - \frac{I_0}{G_1} = R_1 \cdot I - R_1 \cdot I_0$$

$$= R_1 \cdot I - U_0 \quad //$$

Ableiten nach I

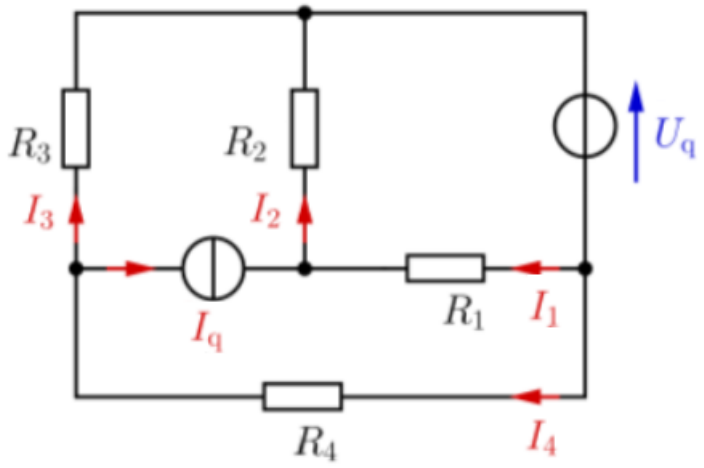
$$r(I) = \frac{dU(I)}{dI} = R_1 \quad //$$

2p

2. Calculate the differential resistance $r(I)$ for a component with the following characteristic line. Show all steps of the calculation in detail! **(5 Points)**

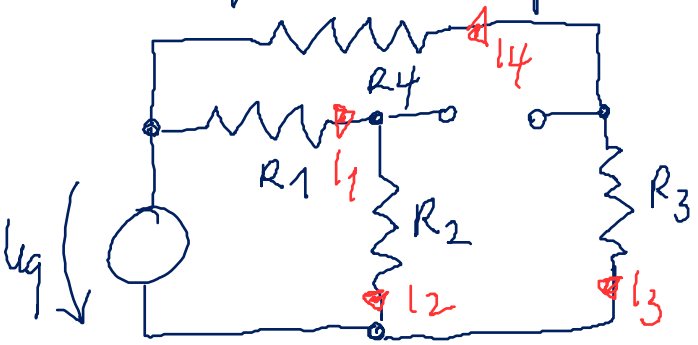
$$I(U) = G_1 \cdot U + I_0$$

Aufgabe 2: Superpositionsprinzip (15 Punkte)



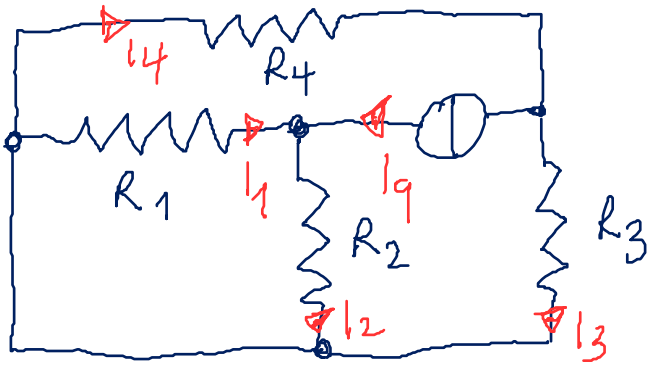
1. Zeichnen Sie die Einzelnetzwerke nach dem Überlagerungsverfahren (Superpositionsprinzip). **(5 Punkte)**

1. Stromquelle stilllegen



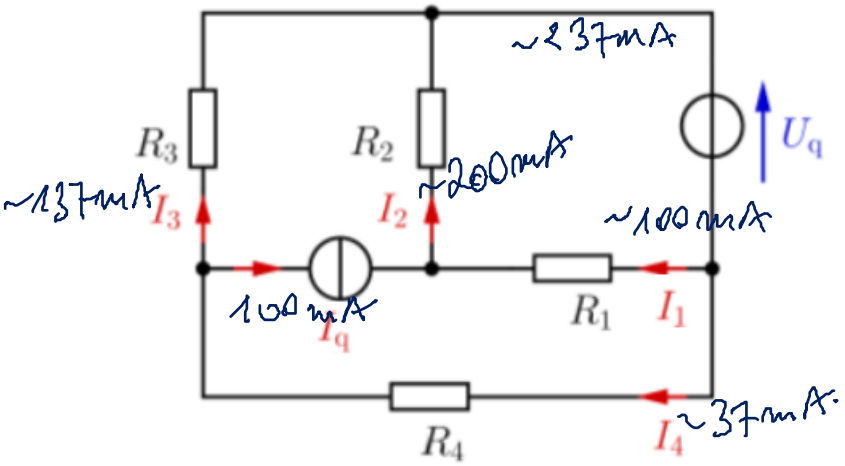
2,5p

2. Spannungsquelle stilllegen



2,5p

Exercise 3: Energy and Power (15 Points)



1. Draw the individual circuits when using the superosition theorem. **(5 Points)**

2. Berechnen Sie alle Ströme und Spannung mit dem Überlagerungsverfahren. Sei $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 15\Omega$, $R_3 = 30\Omega$, $R_4 = 25\Omega$, $U_q = 5V$ und $I_q = 100mA$. **(10 Punkte)**

1. Stromquelle stillegen:

$$I_1' = I_2' = \frac{U_q}{R_1+R_2} = \frac{5V}{20\Omega+15\Omega} = 0{,}143\,A = 143\,mA$$

$$I_3' = I_4' = \frac{U_q}{R_3+R_4} = \frac{5V}{30\Omega+25\Omega} = 0{,}091\,A = 91\,mA$$

3p

2. Spannungsquelle stillegen:

$$-I_1'' = \frac{G_1}{G_1+G_2}\cdot I_q = \frac{0{,}05S}{0{,}05S+0{,}067S}\cdot 100\,mA \approx 43\,mA$$

$$I_2'' = I_q + I_1 = 100\,mA + (-43\,mA) = 57\,mA$$

4p

$$-I_3'' = \frac{G_3}{G_3+G_4}\cdot I_q = \frac{0{,}034S}{0{,}034S+0{,}04S}\cdot 100\,mA \approx 46\,mA$$

$$I_4'' = I_q - I_3'' = 100\,mA - 46\,mA = 54\,mA$$

3. Superposition / Überlagerung

$I_1 = I_1' + I_1'' = 100\,mA$ $\quad$ $I_2 = I_2' + I_2'' = 200\,mA$

$I_3 = I_3' + I_3'' = 45\,mA$ $\quad$ $I_4 = I_4' + I_4'' = 145\,mA$

2p

2. Calculate all currents and voltages with the superposition theorem. **(10 Points)**
Let $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 15\Omega$, $R_3 = 30\Omega$, $R_4 = 25\Omega$, $U_q = 5V$ und $I_q = 100mA$.

Zu oben:

$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 20\Omega \cdot 100mA = 2V$

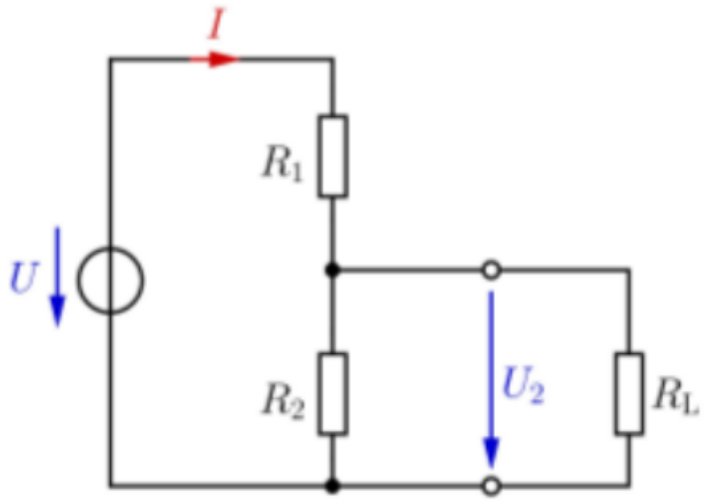
$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 15\Omega \cdot 200mA = 3V$

$U_3 = R_3 \cdot I_3 = 30\Omega \cdot 45 \cdot mA = 1{,}35V$

$U_4 = R_4 \cdot I_4 = 25\Omega \cdot 145 \cdot mA = 3{,}625V$

1p

Aufgabe 3: Thevenin Theorem (15 Punkte)



1. Bestimmen Sie das Thevenin-Äquivalent des Spannungsteilers. Entfernen Sie den Lastwiderstand. **(7 Punkte)**

1. Leerlaufspannung $U_{Th} = U_2$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = U_{Th}$$

2p

2. Spannungsquelle stillegen und R_{Th} bestimmen

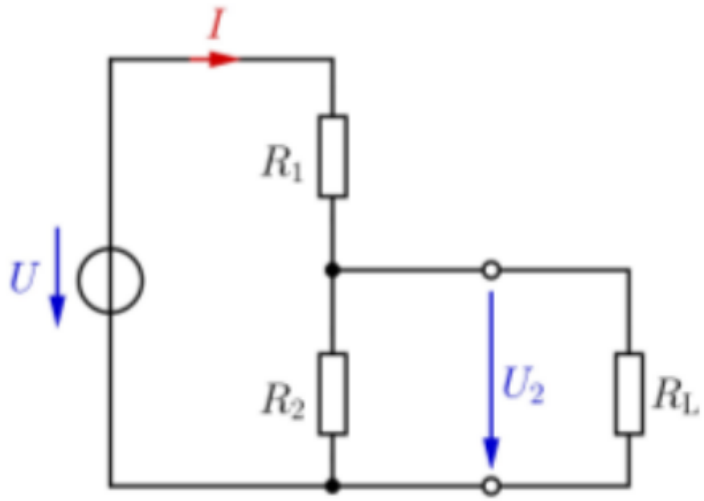
$$R_{Th} = R_1 \| R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

3p

3. Thevenin-Äquivalent

2p

Exercise 1: Thevenin Theorem (15 Points)



1. Give the Thevenin equivalent circuit for the network shown above. **(7 Points)**
   Remove the load resistor.

2. Betrachten Sie nun den mit R_L belasteten Spanungsteiler und zeigen Sie, daß das Thevenin-Äquivalent sich bezüglich der Spannung U_2 identisch verhält. **(8 Points)**

Spannungsteiler (belastet):

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2 \parallel R_L}{R_1 + R_2 \parallel R_L} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}}$$

4p

$$\boxed{\frac{U_L}{U} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_L + R_2 \cdot R_L}} \quad \text{Eq. 1}$$

Thevenin-Äquivalent (belastet)

$$\frac{U_L}{U_{Th}} = \frac{R_L}{R_L + R_{Th}} = \frac{R_L}{R_L + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

4p

$$= \frac{R_L \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_L + R_2 \cdot R_L + R_1 \cdot R_2} = \frac{U_L}{U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

$$\frac{U_L}{U} = \frac{R_2}{\cancel{(R_1 + R_2)}} \cdot \frac{R_L \cdot \cancel{(R_1 + R_2)}}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_L + R_2 \cdot R_L}$$

$$\boxed{\frac{U_L}{U} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_L + R_2 \cdot R_L}} \quad \text{Eq. 2}$$

$\boxed{\text{Eq. 1} = \text{Eq. 2}}$

//

2. Now, analyse the voltage divider loaded with R_L and show that the Thevenin equivalent circuit identical with respect to U_2. **(8 Points)**