
Online-Leistungsnachweis 1/2

Start: am 27.01.2021, 10:00 Uhr

Ende: am 27.01.2021, 11:00 Uhr

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Gesamtpunktzahl: 45 Punkte

Abgabe: eine PDF-Datei mit handschriftlichen Lösungen
in die MOODLE Datenbank des Kurses
bis 15 Minuten nach Ende der Bearbeitungszeit

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben **handschriftlich** auf dem Aufgabenblatt!
2. Falls Sie keine Möglichkeit haben die Klausur auszudrucken, dann lösen Sie die Aufgaben in digitaler Form direkt im PDF, z.B. mit FoxiReader.
3. Exportieren Sie das Ergebnis in eine (!) PDF-Datei mit maximaler Größe 10MB. Falls mehrere Dateien abgegeben werden, wird nur die zuerst abgegebene Datei gewertet!
4. Lösungen zu einer Aufgabe werden nur innerhalb des zugehörigen Lösungsfeldes gewertet. Falls der Platz nicht ausreicht, so verwenden Sie das Lösungsfeld der englischen Version und machen dies entsprechend kenntlich. Angaben außerhalb der Lösungsfelder werden nicht gewertet!
5. Geben Sie in jeder Rechnung und zu jedem (Teil-)Ergebnis die Einheiten an!
6. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
7. Als Hilfsmittel sind sämtliche Vorlesungsunterlagen sowie die darin angegebene Literatur zugelassen.

Eidesstattliche Versicherung

Persönliche Angaben

Name: _____
(Last name)

Vorname: _____
(First name)

Matrikelnummer: _____
(Student-ID)

Studiengang: _____
(Program)

Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: _____
(Title of the exam)

Prüfer: _____
(Examiner)

Prüfungsdatum: _____
(Exam date)

Sehr geehrte Damen und Herren,
hiermit versichere ich an Eides statt,
dass ich die oben bezeichnete Leistung
selbstständig und ohne unzulässige
fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung
nicht zugelassener Hilfsmittel bearbei-
tet habe. Mir ist bewusst, dass der Ver-
stoß gegen prüfungsrechtliche Regel-
ungen über die Täuschung bei der Er-
bringung von Prüfungsleistungen eine
Ordnungswidrigkeit darstellt und die
Abgabe einer unrichtigen Versicherung
an Eides statt als Straftat geahndet
wird.

To whom it may concern,

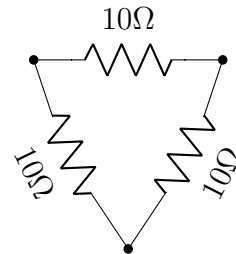
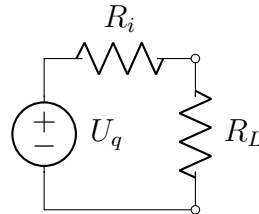
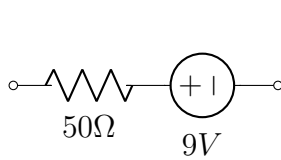
I declare in lieu of an oath that I have
worked on the above-mentioned assess-
ment independently and without un-
authorized assistance. I also confirm
that I have not used any non-permiss-
ible resources. I am aware that the
violation of examination regulations on
cheating during examinations consti-
tutes an administrative offense. I am
also aware that making a false
declaration in lieu of an oath is
punished as a criminal offense.

Ort, Datum: _____
(Place, date)

Unterschrift: _____
(Signature)

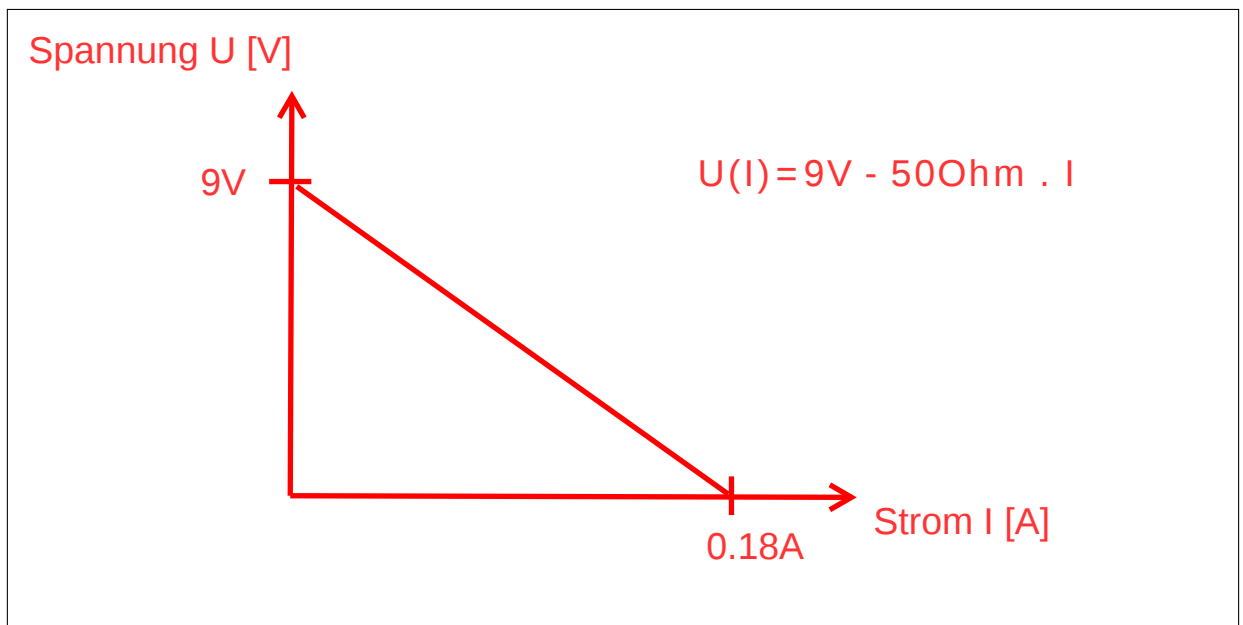
Aufgabe 1: Allgemeine Fragen

(15 Punkte)



1. Zeichnen Sie die Kennlinie der linearen Quelle und geben Sie die Klemmspannung U als Funktion des Stromes I an, $U(I)$.

(2 Punkte)



2. a. Zeigen Sie, daß für den Spannungsteiler gilt

(2 Punkte)

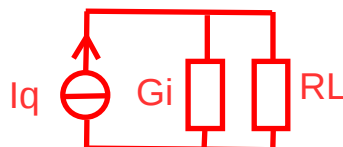
$$\frac{U_L}{U_q} = \frac{R_L}{R_L + R_i}$$

- b. Transformieren Sie den Spannungsteiler in einen äquivalenten Stromteiler.

(2 Punkte)

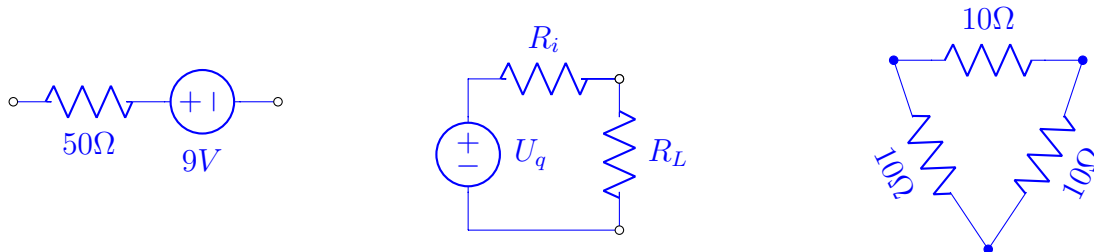
a) Nach dem Ohm'schen Gesetz gilt: $I = U/R_g$ mit $R_g = R_L + R_i$ (Reihenschaltung)
Nach dem Ohm'schen Gesetz gilt für die Spannung am Widerstand R_L : $U_L = R_L \cdot I$
Einsetzen von $I = U/(R_L + R_i)$ ergibt die Spannungsteilerregel: $U_L = R_L/(R_L + R_i) \cdot U$
Umformen ergibt den Ausdruck: $U_L/U = R_L/(R_L + R_i)$.

b) Die Spannungsquelle kann in eine Stromquelle mit $I_q = U_q/R_i$ und parallel geschaltetem Leitwert $G_i = 1/R_i$ umgewandelt werden. Dies entspricht dem äquivalenten Stromteiler,



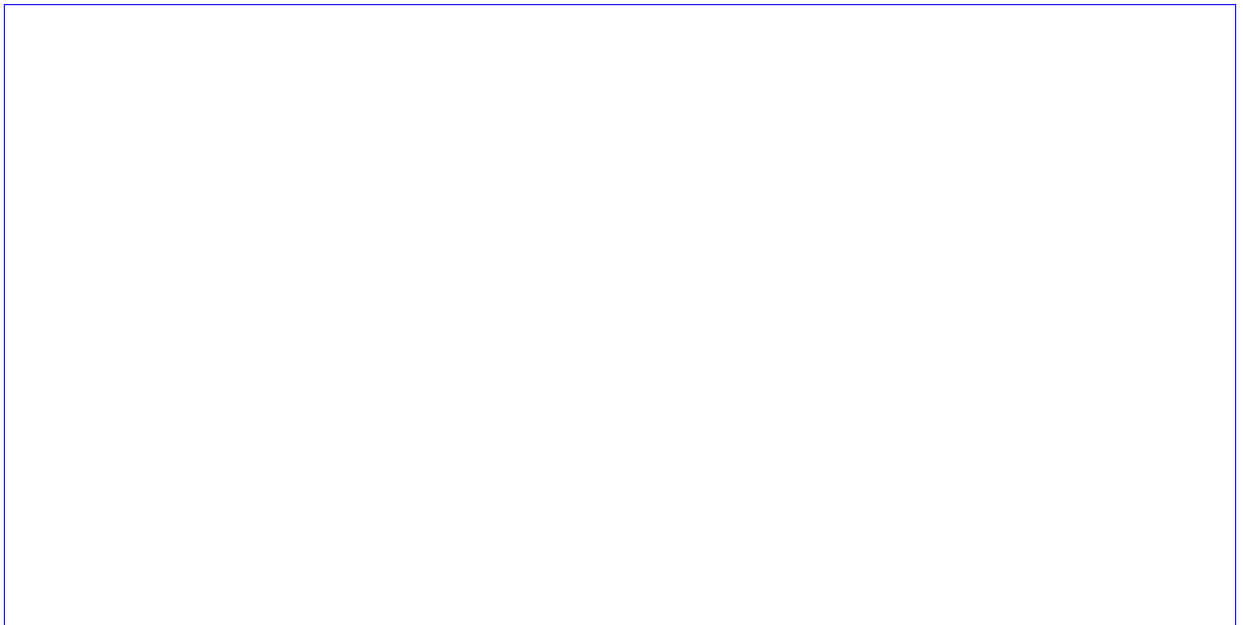
General Questions

(15 Points)



1. Draw the characteristic curve for the linear source and give the clamp voltage U as a function of the current I , $U(I)$.

(2 Points)



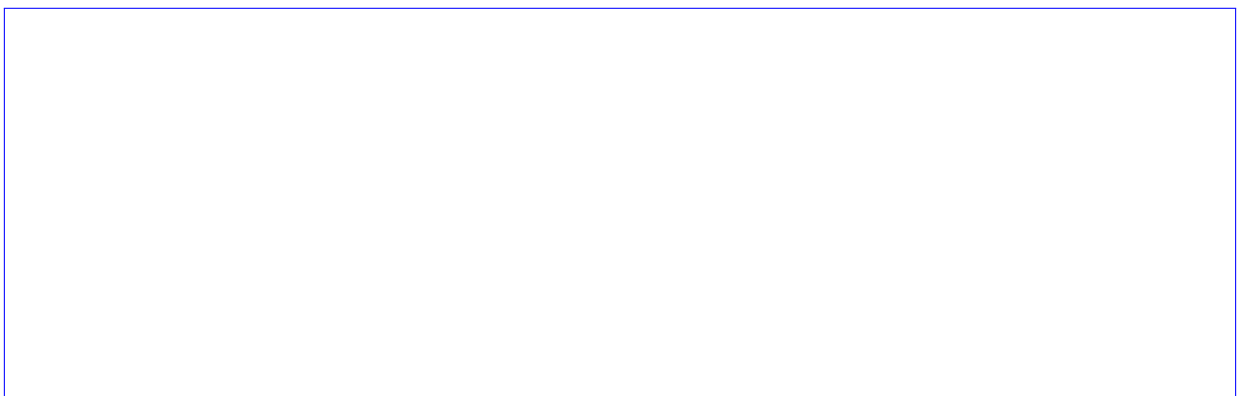
2. a. Show that for the voltage divider

(2 Points)

$$\frac{U_L}{U_q} = \frac{R_L}{R_L + R_i}$$

- b. Transform the voltage divider to an equivalent current divider.

(2 Points)



(Fortsetzung Aufgabenteil 2.b)

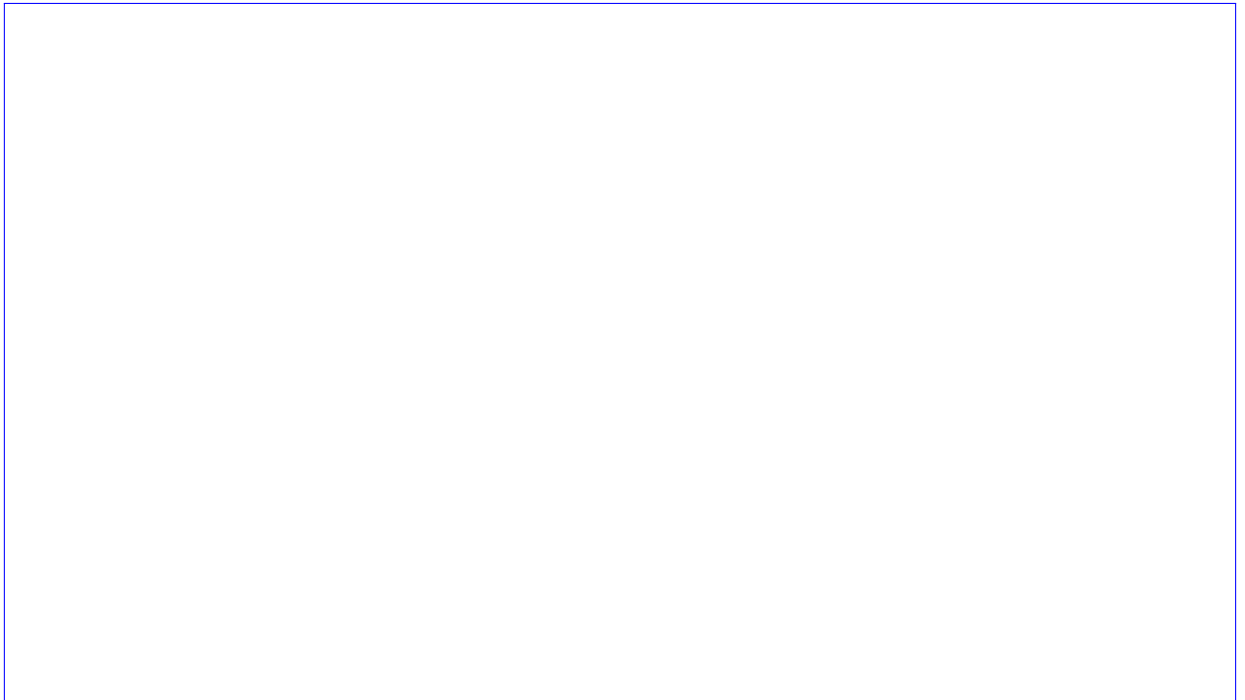
3. Berechnen Sie für die Dreieckschaltung die Widerstände der äquivalenten Sternschaltung. **(3 Punkte)**

Aus der Übung zu Modul 6 wissen wir:

Falls $R_{D1}=R_{D2}=R_{D3}$ dann gilt für die Widerstände der äquivalenten Sternschaltung $R_S = R_D/3$

Die äquivalente Sternschaltung besteht daher aus drei Widerständen $R_{S1}=R_{S2}=R_{S3} \sim 3.34 \text{ Ohm}$.

(Part 2.b. continued)



3. Derive the equivalent star circuit from the triangle circuit shown above. **(3 Points)**



4. Zeigen Sie für den Spannungsteiler, daß
- a) der Wirkungsgrad η im leistungsangepassten Fall 0.5 beträgt. (2 Punkte)
 - b) die Leistung an R_L dann gleich $0.25 \cdot P_0$ ist, wobei P_0 die maximale Leistung der Quelle ist. (2 Punkte)
 - c) der Wirkungsgrad η auf 90 Prozent erhöht werden kann. (2 Punkte)

a) Aus der Übung zu Modul 3 wissen wir, daß für den Wirkungsgrad des Spannungsteilers aus R_L und R_i gilt: $\eta = P_L / (P_L + P_i)$
Falls nun $R_L = R_i$, dann folgt: $\eta = P_L / (2P_L) = 1/2 = 0,5$
Dies ist der leistungsangepasste Fall.

b) Die Maximalleistung der Quelle ist gegeben durch $P_0 = U \cdot I$
Im leistungsangepassten Fall gilt für die Leistung am Lastwiderstand $P_L = U_L \cdot I_L = R_L \cdot I^2 / [(R_L + R_i) / (R_L + R_i)] \cdot P_0$. Mit $R_L = R_i$ ergibt dies $P_0/4 = 0,25 \cdot P_0$. Im Leistungsangepassten Fall wird ein Viertel der Maximalleistung am Lastwiderstand umgesetzt.

c) Um den Wirkungsgrad auf 90 Prozent zu erhöhen, muss gelten:
 $\eta = P_L / (P_L + P_i) = 0,9$. Daraus folgt $P_L = 9 \cdot P_i$. Es muss neun Mal soviel Leistung am Lastwiderstand umgesetzt werden. Da $P_L = I^2 \cdot R_L$ und $P_i = I^2 \cdot R_i$ ergibt sich mit $I = U / (R_L + R_i)$

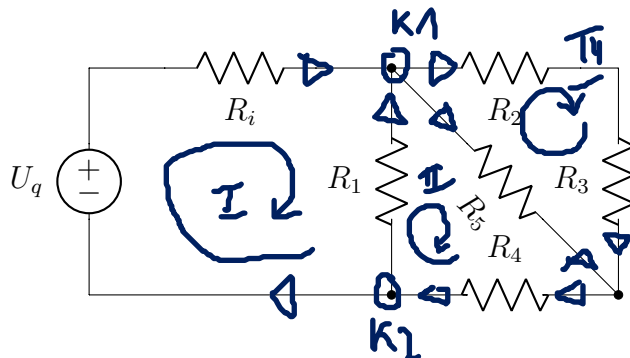
$$I^2 \cdot R_L = 9 \cdot I^2 \cdot R_i \text{ und daraus } R_L = 9 \cdot R_i$$

Der Lastwiderstand muss neun mal so groß sein wie der Innenwiderstand, damit der Wirkungsgrad 90% beträgt.

4. Show for the voltage divider that
- a) the power efficiency η is 0.5 when impedances are matched. (2 Points)
 - b) the power ad R_L is then $0.25 \cdot P_0$ where P_0 is the maximum power of the source. (2 Points)
 - c) the power efficiency η can be increased to 90 percent. (2 Points)

Aufgabe 2: Strom- und Spannungsteiler

(15 Punkte)



$$U_q = 9 \text{ V}$$

$$R_i = 50 \Omega$$

$$R_1 = 20 \Omega$$

$$R_2 = 15 \Omega$$

$$R_3 = 15 \Omega$$

$$R_4 = 20 \Omega$$

$$R_5 = 15 \Omega$$

1. Geben Sie Ströme und Spannungen an allen Bauelementen an.
Verwenden Sie die Strom- und Spannungsteilerregeln.

(7 Punkte)

Ersatzwiderstand berechnen:

$$R_g = R_i + (R_5 \parallel (R_2 + R_3) + R_4) \parallel R_1$$

$$= 50 + (15 \parallel 30 + 20) \parallel 20$$

$$= 50 + (10 + 20) \parallel 20$$

$$= 50 + 30 \parallel 20$$

$$= 50 + 12$$

$$= 62 \text{ Ohm}$$

$$\text{Ersatzwiderstand } (R_2 + R_3) \parallel R_5 + R_4 = 30 \text{ Ohm} = R'$$

$$\text{Ersatzwiderstand } R_1 \parallel ((R_2 + R_3) \parallel R_5 + R_4) = 12 \text{ Ohm}$$

$$\text{Gesamtstrom } I_g = 9 \text{ V} / 62 \text{ Ohm} = 145 \text{ mA}$$

$$\text{Spannung an } R_i: U_i = R_i \cdot I = 50 \text{ Ohm} \cdot 145 \text{ mA} = 7,25 \text{ V}$$

$$\text{Spannung an } R_1: U_1 = U - U_i = 9 \text{ V} - 7,25 \text{ V} = 1,75 \text{ V}$$

$$\text{Strom durch } R_1: I_1 = U_1 / R_1 = 87,5 \text{ mA}$$

$$\text{Strom durch } R': I' = U_1 / R' = 1,75 \text{ V} / 30 \text{ Ohm} = 58,34 \text{ mA}$$

$$\text{Spannung an } R_4: U_4 = R_4 \cdot I' = 1,167 \text{ V}$$

$$\text{Spannung an } R_5: U_5 = U_1 - U_4 = 0,583 \text{ V}$$

$$\text{Strom durch } R_5: I_5 = U_5 / R_5 = 38,87 \text{ mA}$$

$$\text{Strom durch } R_2 + R_3: I_{23} = U_5 / (R_2 + R_3) = 19,43 \text{ mA}$$

$$\text{Spannung an } R_2: U_2 = R_2 \cdot I_{23} = 291,5 \text{ mV}$$

$$\text{Spannung an } R_3: U_3 = R_3 \cdot I_{23} = 291,5 \text{ mV}$$

$$\text{Ergebnis: } U_i = 7,25 \text{ V}$$

$$I_i = 145 \text{ mA}$$

$$U_1 = 1,75 \text{ V}$$

$$I_1 = 87,5 \text{ mA}$$

$$U_2 = 291,5 \text{ mV}$$

$$I_2 = 19,43 \text{ mA}$$

$$U_3 = 291,5 \text{ mV}$$

$$I_3 = 19,43 \text{ mA}$$

$$U_4 = 1,167 \text{ V}$$

$$I_4 = 58,34 \text{ mA}$$

$$U_5 = 0,583 \text{ V}$$

$$I_5 = 38,87 \text{ mA}$$

2. Geben Sie Ströme und Spannungen an allen Bauelementen an. (8 Punkte)
Führen Sie nun eine Kirchhoff'sche Maschenanalyse durch.

5 Unbekannte I_1 , I_2 , I_4 , I_5 und I_i erfordern 5 linear unabhängige Gleichungen.

Drei Knoten liefern zwei linear unabhängige Gleichungen.
Wir ersetzen I_5 : $I_i + I_1 = I_2 + I_5$ und I_4 : $I_4 = I_1 + I_i$

Daraus folgen die Knotengleichungen

$$K1: I_5 = I_i + I_1 - I_2$$

$$K2: I_4 = I_i + I_1$$

Es sind drei weitere Maschengleichungen nötig.

Maschengleichungen:

$$M1: U_q = R_i \cdot I_i - R_1 \cdot I_1$$

$$M2: 0 = R_1 \cdot I_1 + R_5 \cdot I_5 + R_4 \cdot I_4$$

$$M3: 0 = (R_2 + R_3) \cdot I_2 - R_5 \cdot I_5$$

Einsetzen der Knotengleichungen in die Maschengleichungen
und einsetzen der Werte:

$$M1: 9 = 50 \cdot I_i - 20 \cdot I_1$$

$$M2: 0 = 20 \cdot I_1 + 15 \cdot (I_i + I_1 - I_2) + 20 \cdot (I_i + I_1)$$

$$M3: 0 = 30 \cdot I_2 - 15 \cdot (I_i + I_1 - I_2)$$

Umsortieren der Gleichung und Matrix aufstellen:

$$M1: 9 = 50 \cdot I_i - 20 \cdot I_1$$

$$M2: 0 = 35 \cdot I_i + 55 \cdot I_1 - 15 \cdot I_2$$

$$M3: 0 = -15 \cdot I_i - 15 \cdot I_1 + 45 \cdot I_2$$

$$\begin{array}{ccc|c} / & 50 & -20 & 0 \\ | & 35 & 55 & -15 \\ \backslash & -15 & -15 & 45 \end{array} \begin{array}{c} \backslash \\ \cdot \\ / \end{array} \begin{array}{c} I_i \\ I_1 \\ I_2 \end{array} \begin{array}{c} \backslash \\ = \\ / \end{array} \begin{array}{c} 9 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

Ergebnis:

$$I_i = 145 \text{ mA}$$

$$I_1 = -87,1 \text{ mA}$$

$$I_2 = 19,3 \text{ mA}$$

$$I_3 = 19,3 \text{ mA}$$

$$I_4 = 57,9 \text{ mA}$$

$$I_5 = 38,6 \text{ mA}$$

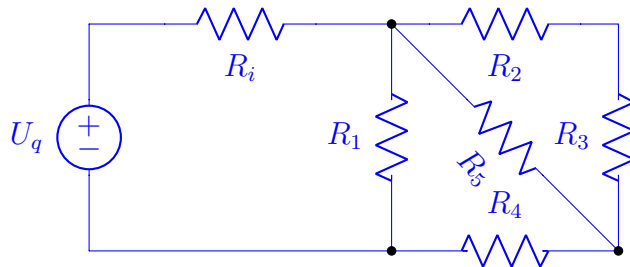
Gleichungssystem lösen:

Ersetze $I_2 = 3 \cdot I_1 + I_3$ und dann $I_3 = 7,5 \cdot I_1 + I_2$

$$\begin{array}{ccc|c} / & 465 & 0 & 0 \\ | & 90 & 150 & 0 \\ \backslash & -15 & -15 & 45 \end{array} \begin{array}{c} \backslash \\ \cdot \\ / \end{array} \begin{array}{c} I_i \\ I_1 \\ I_2 \end{array} \begin{array}{c} \backslash \\ = \\ / \end{array} \begin{array}{c} 67,5 \\ 0 \\ 0 \end{array}$$

Voltage and current divider

(15 Points)



$$U_q = 9 \text{ V}$$

$$R_i = 50 \Omega$$

$$R_1 = 20 \Omega$$

$$R_2 = 15 \Omega$$

$$R_3 = 15 \Omega$$

$$R_4 = 20 \Omega$$

$$R_5 = 15 \Omega$$

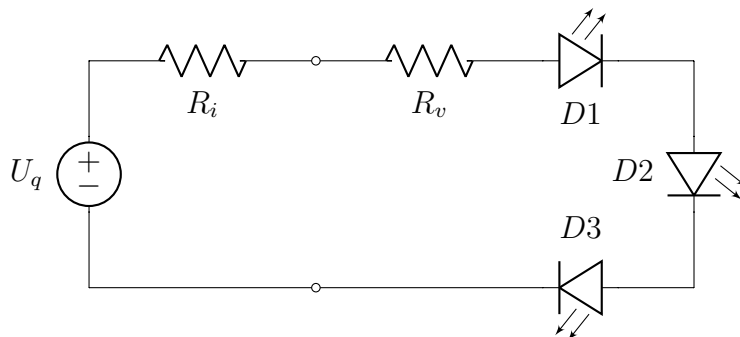
1. Give the currents and voltages for all components.
Use the rules for voltage and current dividers.

(7 Points)

2. Give the currents and voltages for all components. (8 Points)
Now perform a Kirchhoff analysis.

Aufgabe 3: Nichtlineare Bauelemente

(15 Punkte)



$$\begin{aligned}U_q &= 12 \text{ V} \\R_i &= 60 \Omega \\U_D &= 0.5 \text{ V} \\r_D &= 90 \Omega \\I_{D,max} &= 20 \text{ mA}\end{aligned}$$

1. Bestimmen Sie rechnerisch den Vorwiderstand R_v , sodaß der maximale Diodenstrom nicht überschritten wird.

(8 Punkte)

An jeder Diode fallen 0,5V ab. Gemäß dem linearisierten Modell einer Diode ist der Dioden-Widerstand in Reihe zu einer idealen Spannungsquelle mit $U_q = U_D = 0,5 \text{ V}$ geschaltet.

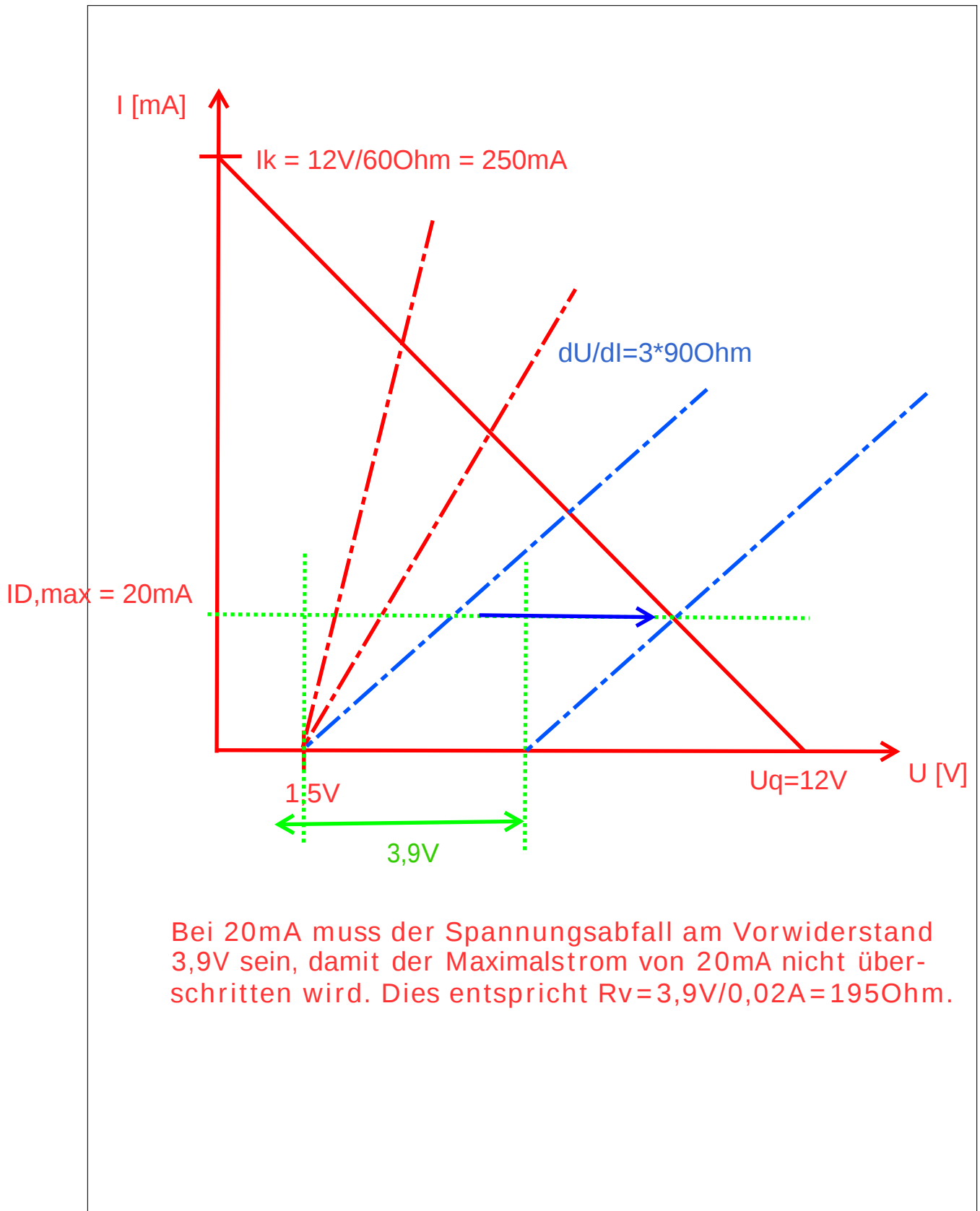
Um den Strom auf 20mA zu begrenzen muss gelten:
 $I_D = (U_q - 3 \cdot U_D) / (3 \cdot r_D + R_i + R_v) = 10,5 \text{ V} / (330 + R_v) = 20 \text{ mA}$

Werte einsetzen und nach R_v auflösen ergibt:
 $R_v = (10,5 \text{ V} - 20 \text{ mA} \cdot 330 \Omega) / 20 \text{ mA} = 195 \Omega$

Um den Strom auf 20mA zu begrenzen ist ein Vorwiderstand $R_v = 195 \Omega$ nötig.

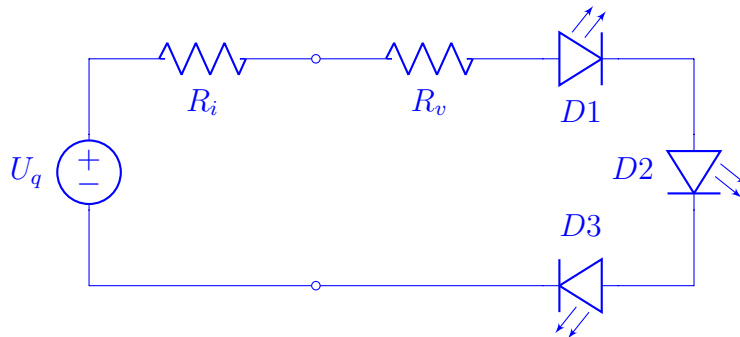
2. Bestimmen Sie nun den Vorwiderstand R_v grafisch, sodaß der maximale Diodenstrom nicht überschritten wird.

(7 Punkte)



Nonlinear components

(15 Points)



$$\begin{aligned} U_q &= 12 \text{ V} \\ R_i &= 60 \Omega \\ U_D &= 0.5 \text{ V} \\ r_D &= 90 \Omega \\ I_{D,max} &= 20 \text{ mA} \end{aligned}$$

1. Determine the resistor R_v from calculations, so that the maximum diode current is not exceeded.

(8 Points)

2. Now determine the resistor R_v from graph analysis, so that the maximum diode current is not exceeded. (7 Points)