
Terminierte Hausarbeit

(Leistungsnachweis 2/2)

Start: am 15.07. um 14:00 Uhr (PDF auf MOODLE-Kursseite)

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Abgabe: am 15.07. bis 17:00

per eMail an matthias.fertig@htwg-konstanz.de

Gesamtpunktzahl: 40 Punkte

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben in einem Texteditor (z.B. Word)!
 2. Exportieren Sie das Ergebnis in eine PDF-Datei!
 3. Übernehmen Sie falls nötig die Schaltungen per Screenshot in die Lösung!
 4. Geben Sie in jeder Rechnung und zu jedem Ergebnis die Einheiten an!
 5. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
 6. Verwenden Sie einen Formeleditor (z.B. Word, TeX oder mit dem FoxitReader wie in der Übung)!

Aufgabe 1: Ladung und Strom

(10 Punkte)

1. Die Driftgeschwindigkeit einer Ladung beträgt $v_d = 2,22 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$ bei einer Stromdichte $J = 3,02 \cdot 10^4 \text{ A/m}^2$. $q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

a. Wie groß ist die freie Ladungsträgerkonzentration? (2 Punkte)

$$v_d \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \frac{J \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right]}{\rho \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^3} \right] \cdot q \left[\text{C} \right]}$$

$$2,22 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{3,02 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}}{\rho \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}}$$

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{3,02 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}}{2,22 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{C}} \\ &= 8,5 \cdot 10^{28} \frac{\text{C}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

b. Welcher Strom fließt durch einen runden Leiter mit einem Durchmesser von $d = 2 \text{ mm}$? (2 Punkte)

$$I \left[\text{A} \right] = J \left[\frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right] \cdot A \left[\text{m}^2 \right]$$

$$\begin{aligned} I &= 3,02 \cdot 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-3} \text{m}}{2} \right)^2 \\ &= 0,1 \text{ A} \\ &= 100 \text{ mA} \end{aligned}$$

2. Berechnen Sie den Strom $I(t)$ für eine zeitveränderliche Ladung (3 Punkte)

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-at} \cdot \sin(\omega t)$$

$$I \text{ [A]} = \frac{dQ(t)}{dt} \left[\frac{C}{s} \right]$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{d}{dt} Q \cdot e^{-at} \cdot \sin(\omega t) \\ &= Q_0 \cdot \left(-a \cdot e^{-at} \cdot \sin(\omega t) + \omega \cdot \cos(\omega t) \cdot e^{-at} \right) \\ &= Q_0 \cdot e^{-at} \cdot (-a \cdot \sin(\omega t) + \omega \cdot \cos(\omega t)) \end{aligned}$$

3. Es fließt über einen Zeitraum von $\Delta t = 1s$ von $t_1 = 5s$ bis $t_0 = 4s$ ein Strom von

$$I(t) = I_0 \cdot (e^{-at} + \sin(\omega t))$$

mit $a = 1$ und einer Frequenz von $f = 1kHz$.

Wie groß darf die I_0 sein, damit eine Ladung von $6mC$ fließt? (3 Punkte)

$$Q \text{ [C]} = \int_{t_0}^{t_1} I(t) dt$$

$$\begin{aligned} Q &= \int_4^5 I_0 \cdot (e^{-at} + \sin(\omega t)) dt = I_0 \left(-\frac{1}{a} \cdot e^{-at} - \frac{1}{\omega} \cdot \cos(\omega t) \right) \Big|_4^5 \\ &= -I_0 \left(e^{-t} + \frac{1}{6.28 \cdot 10^3} \cdot \cos(6.28 \cdot 10^3 \cdot t) \right) \Big|_4^5 \\ &= -I_0 \cdot (e^{-5} + 6.28 \cdot 10^3 \cdot \cos(6.28 \cdot 10^3 \cdot 5) - e^{-4} - 6.28 \cdot 10^3 \cdot \cos(6.28 \cdot 10^3 \cdot 4)) \\ &= -I_0 \cdot (-0.012) C \end{aligned}$$

$$0.006 = 0.012 \cdot I_0$$

$$I_0 = 0.5A$$

Aufgabe 2: Widerstand und Leitwert

(10 Punkte)

- Sie haben einen Platin-Messwiderstand, der bei einer Temperatur von 20°C einen Widerstand $R(20) = 110\Omega$ hat und bei einer Temperatur von 100°C einen Widerstand $R(100) = 140\Omega$ hat. Bei der Referenztemperatur $T_0 = 0^\circ\text{C}$ hat der Messwiderstand einen Widerstand $R_0(T_0) = 100\Omega$.

Berechnen Sie die Temperaturbeiwerte α [$^\circ\text{C}^{-1}$] und β [$^\circ\text{C}^{-2}$]. (5 Punkte)

$$R(T) [\Omega] = R_0 \left(1 + \alpha (T - T_0) + \beta (T - T_0)^2 \right)$$

$$110 = 100 \cdot \left(1 + \alpha (20 - 0) + \beta (20 - 0)^2 \right)$$

$$140 = 100 \cdot \left(1 + \alpha (100 - 0) + \beta (100 - 0)^2 \right)$$

$$\begin{array}{c|cc} 10 & 2 \cdot 10^3 & 4 \cdot 10^4 \\ 40 & 10^4 & 10^6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} 50 & 10^4 & 20 \cdot 10^4 \\ 40 & 10^4 & 100 \cdot 10^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} 50 & 10^4 & 20 \cdot 10^4 \\ -10 & 0 & 80 \cdot 10^4 \end{array}$$

$$\beta = -1.25 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{K}^2}$$

$$\alpha = 5.25 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

2. Sie haben eine Diode mit der Strom-Spannungs Kennlinie

$$I(U) = I_S \cdot \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right)$$

Der Sperrstrom sei $I_S = 1\mu A$ und die Temperaturspannung $U_T = 25mV$.

Berechnen Sie den differentiellen Leitwert g bei $U = 0,1V$. (5 Punkte)

$$g = \frac{dI(U)}{dU}$$

$$\begin{aligned} g &= \frac{d}{dU} I_S \cdot \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \\ &= \frac{I_S}{U_T} \cdot e^{\frac{U}{U_T}} \\ &= \frac{10^{-6} A}{25 \cdot 10^{-3} V} \cdot e^{\frac{0,1V}{25 \cdot 10^{-3} V}} \\ &= 4 \cdot 10^{-5} \cdot e^4 S \\ &= 0,0022 S \\ &= 2,2 mS \end{aligned}$$

Aufgabe 3: Energie und Leistung

(10 Punkte)

1. Sie haben ein Kraftwerk und müssen einem Kunden eine Leistung vom $P = 1MW$ liefern. Die Leitung hat einen Widerstand vom 10Ω . Die Spannung beim Kunden soll $U = 1kV$ betragen.

- a. Welcher Wirkungsgrad ergibt sich und welche Spannung müssen Sie einspeisen? (4 Punkte)

$$\boxed{I = \frac{P}{U}} \quad \boxed{P = R \cdot I^2} \quad \boxed{R = \frac{U}{I}} \quad \boxed{\eta = \frac{P_{Kunde}}{P_{Gesamt}} = \frac{R_{Kunde} \cdot I^2}{(R_{Kunde} + R_{Leitung}) \cdot I^2}}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{10^6 W}{10^3 V} = 10^3 A$$

$$R_{Kunde} = \frac{U}{I} = \frac{1kV}{1kA} = 1\Omega$$

$$\eta = \frac{P_{Kunde}}{P_{Gesamt}} = \frac{1^2 kA^2 \cdot 1\Omega}{1^2 kA \cdot (10\Omega + 1\Omega)} = 9.1\%$$

$$U_q = (R_{Kunde} + R_{Leitung}) \cdot I = (1\Omega + 10\Omega) \cdot 10^3 A = 11kV$$

- b. Die Spannung beim Kunden soll nun $U = 10kV$ betragen.

- Welcher Wirkungsgrad ergibt sich nun und welche Spannung müssen Sie einspeisen. (2 Punkte)

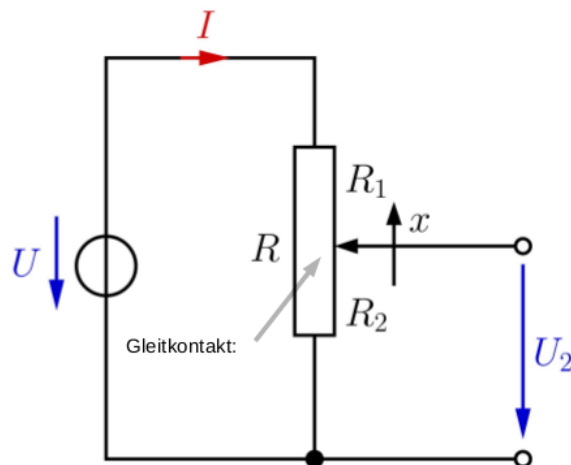
$$I = \frac{P}{U} = \frac{10^6 W}{10^4 V} = 10^2 A$$

$$R_{Kunde} = \frac{U}{I} = \frac{10kV}{0.1kA} = 100\Omega$$

$$\eta = \frac{P_{Kunde}}{P_{Gesamt}} = \frac{1^2 kA^2 \cdot 100\Omega}{1^2 kA \cdot (100\Omega + 10\Omega)} = 90.9\%$$

$$U_q = (R_{Kunde} + R_{Leitung}) \cdot I = (100\Omega + 10\Omega) \cdot 10^2 A = 11kV$$

2. Gegeben sei folgende Schaltung mit Potentiometer.



a. Berechnen Sie die Leistung $P_2(x)$ am Teilwiderstand R_2 ($0 \leq x \leq 1$). (4 Punkte)

$$P_2 = U_2 \cdot I_2$$

$$R_2(x) = x \cdot R$$

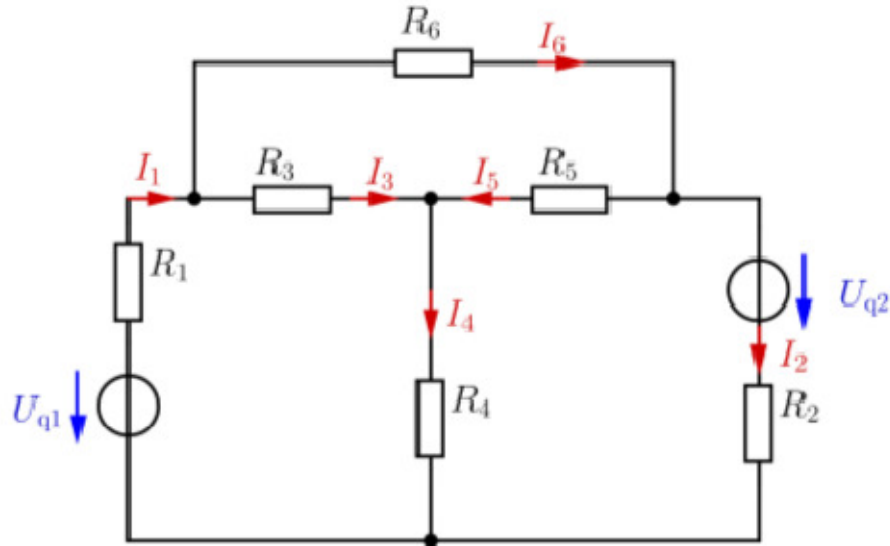
$$R_1(x) = (1 - x) \cdot R$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{aligned} P_2 &= U_2(x) \cdot I_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U \cdot \frac{U}{R_1 + R_2} \\ &= \frac{x \cdot R}{(1 - x) \cdot R + x \cdot R} \cdot U \cdot \frac{U}{(1 - x) \cdot R + x \cdot R} \\ &= x \cdot \frac{U^2}{R}, \quad (0 \leq x \leq 1) \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Maschenanalyse

(10 Punkte)



1. Wieviele Gleichungen benötigen Sie?

(1 Punkt)

Ergebnis: 6

2. Wieviele linear unabhängige Gleichungen erhalten Sie aus den Knoten?

(1 Punkt)

Ergebnis: 3

3. Geben Sie die nötigen Maschen- und Knotengleichungen an.

(3 Punkte)

$$K1 : I_1 = I_6 + I_3$$

$$K2 : I_4 = I_3 + I_5$$

$$K3 : I_6 = I_5 + I_2$$

$$M1 : U_{q1} = R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_4 I_4$$

$$M2 : U_{q2} = -R_2 I_2 + R_4 I_4 + R_5 I_5$$

$$M3 : 0 = R_3 I_3 - R_5 I_5 - R_6 I_6$$

4. Geben Sie das Gleichungssystem in Matrixschreibweise an. (2 Punkte)

Aus $I_6 = I_1 - I_3$, $I_5 = I_1 - I_2 - I_3$ und $I_4 = I_1 - I_2$ folgt

$$\begin{pmatrix} U_{q1} \\ -U_{q2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_1 + R_4) & -R_4 & R_3 \\ -(R_4 + R_5) & (R_2 + R_4 + R_5) & R_5 \\ -(R_5 + R_6) & R_5 & (R_3 + R_5 + R_6) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

5. Bestimmen Sie den Strom I_1 durch teilweises Lösen des Gleichungssystems mit $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1\Omega$. (3 Punkte)

$$\begin{array}{c|ccc} U_{q1} & 2 & -1 & 1 \\ -U_{q2} & -2 & 3 & 1 \quad (\text{II} = \text{I} + \text{II}) \\ 0 & -2 & 1 & 3 \quad (\text{III} = \text{I} + \text{III}) \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} U_{q1} & 2 & -1 & 1 \\ U_{q1} - U_{q2} & 0 & 2 & 2 \\ U_{q1} & 0 & 0 & 4 \end{array}$$

Ergebnis:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot U_{q1} - \frac{1}{4} \cdot U_{q2} \\ \frac{1}{4} \cdot U_{q1} - \frac{1}{2} \cdot U_{q2} \\ \frac{1}{4} \cdot U_{q1} \end{pmatrix}$$

daraus folgt:

$$I_4 = I_1 - I_2 = \frac{1}{4} \cdot U_{q1} - \frac{1}{4} \cdot U_{q2}$$

$$I_5 = I_1 - I_2 - I_3 = -\frac{1}{4} \cdot U_{q2}$$

$$I_6 = \frac{1}{4} \cdot U_{q1} - \frac{1}{4} \cdot U_{q2}$$

Hinweis: Zum Erreichen der vollen Punktzahl ist die Berechnung von I_1 ausreichend.