
Online-Klausur

Bearbeitungszeit:	90 Minuten
Gesamtpunktzahl:	60
zulässige Hilfsmittel:	alle Unterlagen aus der Veranstaltung Literatur

1. Verwenden Sie keinen Bleistift oder Rotstift!
 2. Unleserliche Angaben werden nicht gewertet!
 3. Verwenden Sie einen Notizbogen für Nebenrechnungen!
 4. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
 5. Lösungen ohne Rechenweg werden nur bewertet falls von der Aufgabe vorgegeben!
 6. Nur Lösungen in den Lösungsfeldern werden gewertet!
Nutzen Sie ggf. die Lösungsboxen der englischen Version!

Online-Examination

Working time:	90 Minutes
Total points:	60
permitted assessories:	all course materials literature

1. Do not use lead pen or red ink!
 2. Unreadable sections are not assessed!
 3. Use an additional sheets for side calculatipons!
 4. Give your solutions clearly structured and readable!
 5. Solutions without calculation will be assessed only if demanded by the exercise!
 6. Solutions will be assessed only if given in the text boxes!
Use the text boxes of the german version if required!

Selbstständigkeitserklärung Statement of Authorship

Persönliche Angaben

Name: _____
(Last name)

Vorname: _____
(First name)

Matrikelnummer: _____
(Student-ID)

Studiengang: _____
(Program)

Angaben zur Prüfung

Prüfungsdatum: _____
(Exam date)

Home-Office: ☐

Studierendenausweis



Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen an die Hochschule gemeldet wird.

I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations or cheating during examinations is reported to the University.

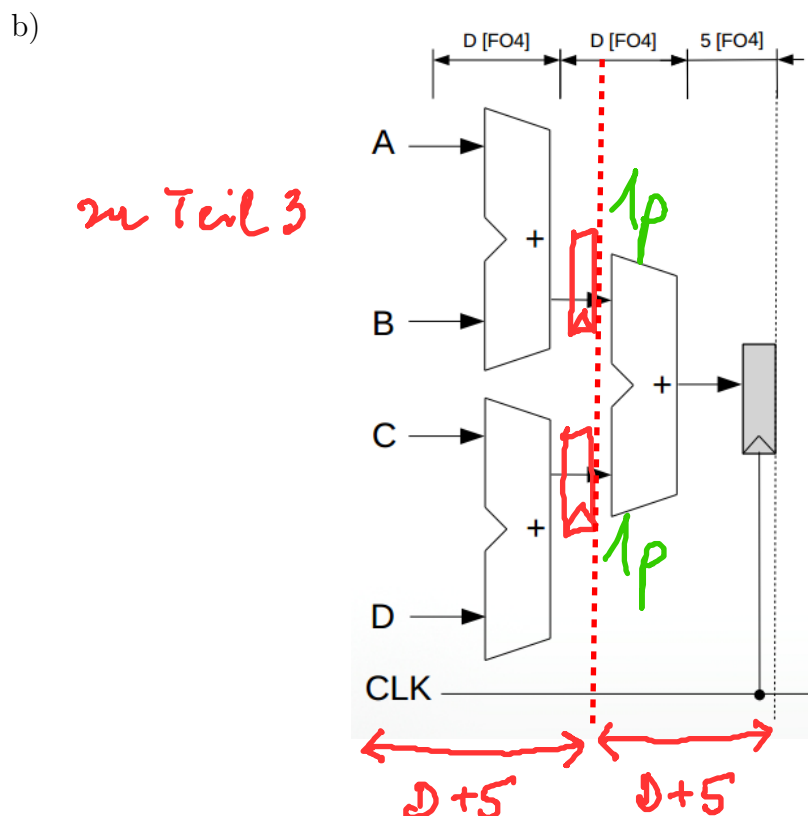
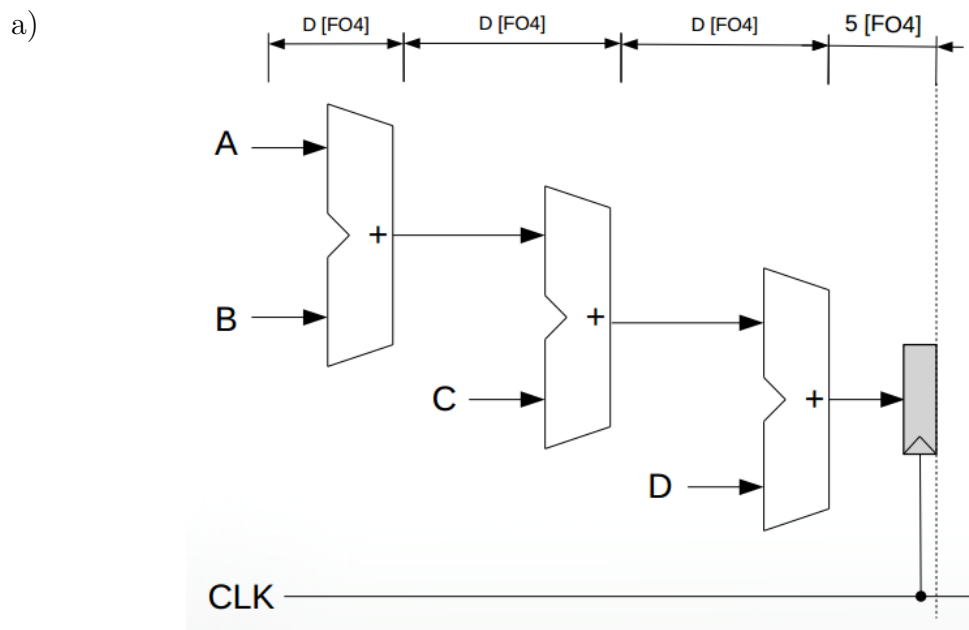
Ort, Datum: _____
(Place, date)

Unterschrift: _____
(Signature)

This page intentionally left blank.

Aufgabe 1: Digitale Schaltungen, Pipelining (20 Punkte)

Gegeben seien folgende synchrone Schaltungen zur Addition von vier Werten A bis D . Die Latenzen für eine Addition wurde mit D und die Latenz der Speicherelemente mit 5 abgeschätzt. (Hinweis: FO4 ist eine technologieunabhängige Angabe von Latenz und spielt für diese Aufgabe keine Rolle. Wie bei Sekunden gilt $2FO4 + 2FO4 = 4FO4$.)

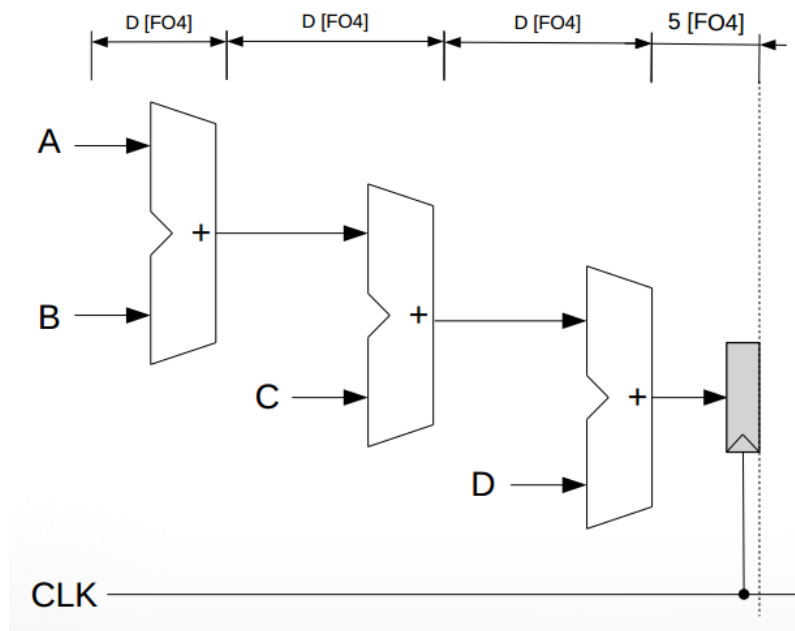


Exercise 1: Digital Circuits, Pipelining (20 Points)

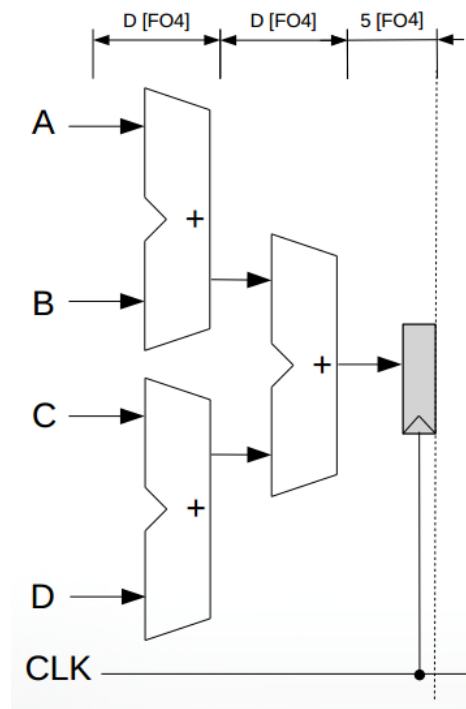
Given the following two circuits for adding four values A to D . The latency for an addition has been estimated to D and the latency of a storage element to 5.

(Hint: FO4 is a technology-independent expression of latency and has no meaning for this exercise. As with seconds $2 \text{ FO4} + 2 \text{ FO4} = 4 \text{ FO4}$.)

a)



b)



1. Berechnen Sie die Latenz der gezeigten Schaltungen.

(2 Punkte)

$$\begin{aligned} a) \quad D + D + D + 5 &= 5 + 3D \text{ [F04]} & 1p \\ b) \quad D + D + 5 &= 5 + 2D \text{ [F04]} & 1p \end{aligned}$$

2. Berechnen Sie die Latenz für N Ergebnisse, wenn die gezeigten Schaltungen in einem synchronen System arbeiten.

(8 Punkte)

Mit welcher Frequenz f_{max} kann ein solches System maximal arbeiten?

$$\begin{aligned} a) \quad 1. \text{ Ergebnis: } & (3D + 5) \\ 3p \quad N. \text{ Ergebnisse: } & (3D + 5) + (N-1) \cdot (3D + 5) \\ & = N \cdot (3D + 5) \\ & (= N \cdot (2D + 5) + N \cdot D) \end{aligned}$$

$$1p \quad t_a = \frac{1}{3D + 5}$$

$$\begin{aligned} b) \quad 1. \text{ Ergebnis: } & (2D + 5) \\ 3p \quad N. \text{ Ergebnisse: } & (2D + 5) + (N-1) \cdot (2D + 5) \\ & = N \cdot (2D + 5) \end{aligned}$$

$$1p \quad t_b = \frac{1}{2D + 5}$$

1. Calculate the latencies of the two circuits.

(2 Points)

2. Calculate the latency for N results, if the shown circuits operate in a synchronous system.

(8 Points)

What is the maximum frequency f_{max} of such a system to operate?

Hinweis:
Die Differenz f. N Ergebnisse beträgt $N \cdot D$.

3. Erläutern Sie das Prinzip und die Vorteile des Pipelining.

(2 Punkte)

1p { Pipelining arbeitet nach dem Prinzip 'Teile und Herrsche'. Nach dem Teilschrittprinzip wird ein Problem in Teilprobleme zerlegt. Da die Teilprobleme parallel gelöst werden können, reduziert sich die Latenz, wenn viele Rechnungen durchgeführt werden (hohe Auslastung).

1p { Für einen Rechenweg ist die Latenz mit und ohne Pipelining bestenfalls gleich.

4. Entwerfen Sie eine 2-stufige Pipeline für Schaltung b und geben Sie die Latenz für N Ergebnisse und f_{max} an. Vergleichen Sie mit Teil 2.

(8 Punkte)

„Lösung siehe Abb. auf Seite 5.“

$$f_{max} = \frac{1}{T_{max}}$$

$$T_{max} = D + 5$$

$$f_{max} = \frac{1}{D + 5}$$

Vergleich mit Teil 2:

Die Latenz für N Ergebnisse beträgt nun

$$2 \cdot (D + 5) + (N - 1) \cdot (D + 5) = (N + 1) \cdot (D + 5)$$

1. Erg. + (N-1) Erg

Das ist nahezu doppelt so schnell.

3. Explain the principle of operation and the advantages of pipelining. (2 Points)

4. Develop a 2-stage pipeline for circuit b and calculate the latency for N results and f_{max} . Compare with part 2. (8 Punkte)

Hinweis: die Einheit F04 muß dann
noch in Sekunden umgerechnet
werden.

Aufgabe 2: Digitale Arithmetik

(20 Punkte)

Gegeben seien zwei Werte im Zweierkomplement.

$$A = 010001,11_{ZK}$$

$$B = 100010,10_{ZK}$$

1. Transformieren Sie A und B mit der Geschlossenen Summenformel (4 Punkte) aus der Veranstaltung in das Dezimalsystem.

$$A: -0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 17,75_{10}$$
$$B: \underbrace{-1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^{-1}}_{\text{je } 1p} = \underbrace{-29,5}_{\text{je } 1p}_{10}$$

- 2.a. Die Multiplikation einer Zahl im Binärcode mit Zwei entspricht (2 Punkte)

1p
1p

einer Verschiebung des Kommas um eine Stelle nach rechts



einer Verschiebung des Wertes um eine Stelle nach links



einer Verschiebung des Kommas um eine Stellen nach links

Zweierpotenzen

- 2.b. Wie vollziehen sich Multiplikationen mit für Zweierkomplement- (3 Punkte) Zahlen? Worauf muss beachtet werden (Hinweis: Vorzeichen) ?

1p

1p

1p

Sei 2^i eine Zweierpotenz mit $i \in \mathbb{Z}$ (ganze Zahlen) und $n = \infty$ (unendlich Stellen).

Für positive i wird die zu multiplizierende Zahl um i Stellen nach links verschoben.

Für negative i wird die zu multiplizierende Zahl um i Stellen nach links verschoben.

Eventuell zu ergänzende Stellen werden nach den Regeln der Vorzeichenerweiterung ergänzt (Sign extension).

Exercise 2: Digital Arithmetics

(20 Points)

Given two values in Two's Complement.

$$A = 010001,11_{ZK}$$

$$B = 100010,10_{ZK}$$

1. Transform A und B to the decimal system with the *Closed Sum Formula* introduced in the course. (4 Points)

- 2.a. A multiplication of a number in Binary Code equals (2 Points)

☐	a right shift of the comma (point) by one position
☐	a left shift of the value by one position
☐	a left shift of the comma (point) by one position

- 2.b. How execute multiplications by two for Two's Complement numbers? What needs to be considered (hint: sign) ? (3 Points)

(Hinweis: Falls n endet, dann tritt beim Wechsel der höchstwertigen Stelle von 1 auf 0 bzw. von 0 auf 1 ein Überlauf auf. In diesem Fall wäre eine gültige Multiplikation mit 2^i unmöglich, da der Wert überschritten werden würde.)

3. Addieren Sie A und B im Zweierkomplement. Überprüfen Sie die Korrektheit des Ergebnisses durch Beurteilung von Vorzeichen und Überlauf. (5 Punkte)

$$\begin{array}{r} 010001,11_{ZK} \\ + 100010,10_{ZK} \\ \hline 110100,01_{ZK} \end{array}$$

Ergebnis korrekt, da pos. u. neg. Zahl addiert.

Gegeben seien zwei weitere Werte im Zweierkomplement.

$$C = 01010_{ZK} = 10_{10}$$

$$D = 10100_{ZK} = -12_{10}$$

4. Multiplizieren Sie C und D im Zweierkomplement. Überprüfen Sie das Ergebnis durch schriftliche Rechnung im Dezimalsystem. (4 Punkte) (2 Punkte)

$$\begin{array}{r} 10100_{ZK} \cdot 01010_{ZK} \\ \hline 10100000_{ZK} \\ 11101000_{ZK} \\ \hline 110001000_{ZK} = -120_{10} \end{array}$$

Probe im Dezimalsystem:

$$\begin{array}{r} (-12) \cdot 10 \\ \hline -120 \\ + 0 \\ \hline -120_{10} \end{array}$$

Ergebnis korrekt!

3. Add A and B in Two's Complement. Verify the correctness of the result by assessment of sign and overflow. (5 Points)

Given two more values in Two's Complement.

$$C = 0101_{ZK}$$

$$D = 1010_{ZK}$$

3. Multiply C and D in Two's Complement. (4 Points)
Verify the result by **written calculation** in the decimal system. (2 Points)

Aufgabe 3: Boole'sche Optimierung, Hazards (20 Punkte)

Gegeben sei folgendes KV-Diagramm.

	B			
A	1	1	1	0
	1	1	1	1
	0	1	1	0
	0	0	0	0
	D			

1. Wählen Sie die Ausgaben für die DC-Bedingungen, welche die beste Optimierung ermöglichen. (6 Punkte)

Tragen Sie die Lösung in das KV-Diagramm ein!

je 2p

2. Ermitteln Sie alle Primterme und identifizieren Sie alle Kern-Primterme. Kennzeichnen Sie die Terme im KV-Diagramm. (8 Punkte)

Primterme:

$(A \vee C), (A \vee B), (B \vee C \vee D)$ je 2p

Alle Primterme sind Kern-Primterme. 2p

Exercise 3: Boolean Optimization, Hazards**(20 Points)**

Given the following KV map.

	B				
A					C
	1	1	1	0	
	x	1	x	1	
	0	1	1	0	
	x	0	0	0	
	D				

1. Determine the outputs for the DC-conditions that allow the best optimization. **(6 Points)**

Enter the solution into the KV map!

2. Determine all prime terms and identify all essential prime terms. **(8 Points)**
Mark the terms in the KV diagram.

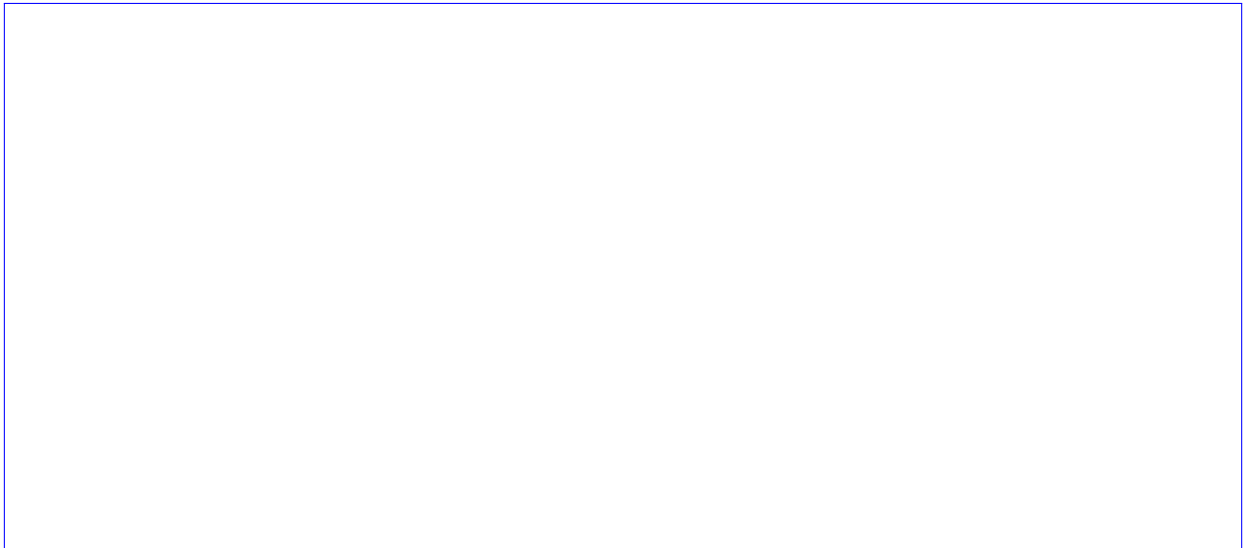
(Fortsetzung Teil 2)

3. Geben Sie die Minimalform an und untersuchen Sie (6 Punkte)
die Minimalform auf statische und dynamische Hazards.

$$(A \vee C) \wedge (A \vee B) \wedge (B \vee C \vee D) \quad 3p$$

Es gibt keine statischen und
damit auch keine dynamischen
Hazards. 3p

(Fortsetzung Teil 2)



3. Give the minimal expression and (6 Points)
analyse the minimal form for static and dynamic hazards.

